Examen de Admisión: Teoría Electromagnética

Elaborado: Dr. Pavel Castro Villarreal

August 26, 2021

1 Problema 1

Considere un campo electromagnético en el vacío con las fuentes densidad de carga $\rho = 0$ y densidad de corriente $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$, donde σ es la conductividad eléctrica y $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico. Denote por μ_0 la permeabilidad del vacío y por c a velocidad de la luz en el vacío.

1. Ecuentre una ecuación para el campo eléctrico $\mathbf{E}$.

2. Supongamos que al tiempo $t = 0$ el campo eléctrico penetra una región $y \leq 0$ conductora con conductividad σ dado por

$$\mathbf{E}(t=0) = -E_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\hat{\mathbf{y}} \tag{1}$$

   donde λ es una longitud de onda y E_0 es una amplitud uniforme. Además al tiempo $t = 0$, se tiene que $\partial\mathbf{E}/\partial t = 0$.

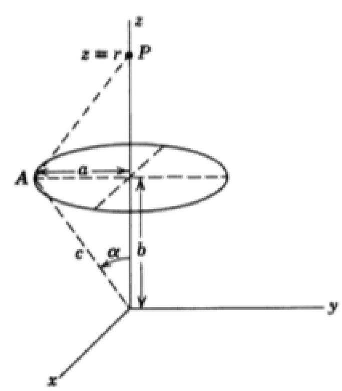
   (a) Ecuentre una expresión algebráica para el campo eléctrico $\mathbf{E}$ al tiempo t y como dependencia de x.

   (b) A partir del inciso anterior, determine el tiempo T para el cual la onda se desvanece, y determine los valores de la longitud de onda λ para la cual la onda se desvanece monotónicamente y para la cual desvanece a través de oscilaciones temporales.

2 Problema 2

Ahora consideramos el potencial debido a una carga totalmente distribuida alrededor de un anillo circular de radio a con su eje a lo largo del eje z y ubicado a la altura $z = b$.

1. Determine el potencial en el eje de simetría.
2. Ahora, determine el potencial a cualquier ángulo θ y radio r, de las coordenadas azimutales.



Nombre: ______________________________ Calificación: __________

Responda las preguntas en el espacio proporcionado. Si es necesario continúe en la parte posterior de la página.

1. En la Fig. 1 se muestra una pelota sólida y homogénea de radio R y masa m. Inicialmente el centro de masa de la pelota gira al rededor de un eje completamente paralelo del suelo en sentido antihorario y se mueve con velocidad puramente horizontal. La altura inicial de la pelota es h y cae sin tener fricción con el aire, después rebota a una altura αh, para $\alpha < 1$. Asuma que la pelota no sufre deformación durante la colisión con el suelo. El coeficiente de fricción entre la pelota y el suelo es de μ_k, la pelota no patina en el suelo y el momento de inercia de la pelota es
$$I = \frac{2mR^2}{5}$$
Ojo: No es necesario conocer la velocidad lineal ni angular inicial con la que se mueve la pelota. Determine:
   (a) El ángulo θ como se muestra en la imagen.

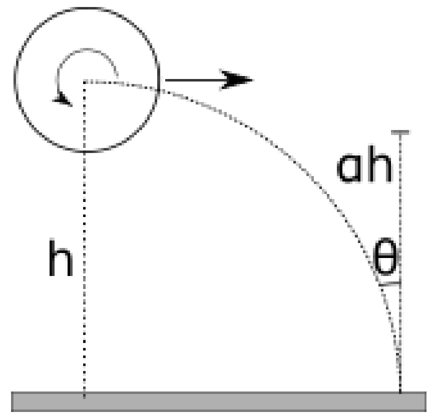


Figura 1

2. Un bloque de masa M tiene un camino perforado a través de él para que una bola de masa m pueda entrar horizontalmente y luego pasar a través del bloque y salir verticalmente hacia arriba. La bola y el bloque están ubicados sobre una superficie sin fricción; el bloque está originalmente en reposo. La pelota se desplaza horizontalmente con una rapidez inicial v_0. La pelota entra en el bloque y es expulsada por la parte superior del bloque. Suponga que no hay pérdidas por fricción cuando la bola pasa a través del bloque y la bola se eleva a una altura mucho más alta que las dimensiones del bloque. Luego, la bola regresa al nivel del bloque, donde ingresa por el orificio superior y luego es expulsada por el orificio lateral. Determine el tiempo t para que la pelota regrese a la posición donde ocurre la colisión original.

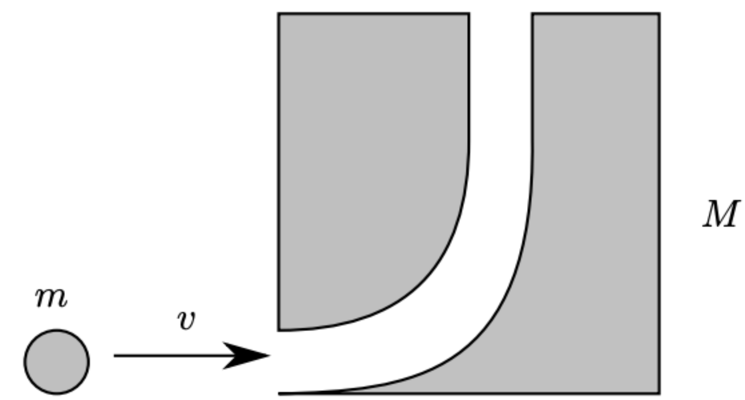


Figura 2

3. El letrero (en forma de Λ) se muestra en la Figura consta de dos patas uniformes unidas por una bisagra sin fricción. El coeficiente de fricción entre el suelo y las patas es μ. ¿Cuál es el valor máximo de θ antes de que el letrero colapse?

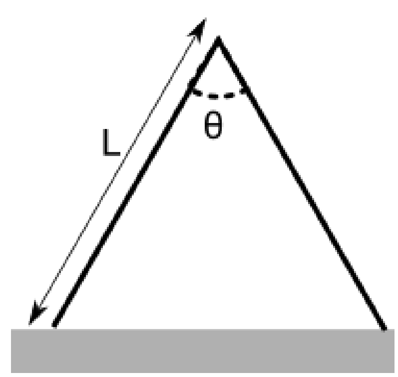


Figura 3

Examen de admisión a la Maestría en Ciencias Físicas
FCFM-UNACH
Métodos Matemáticos
27 de agosto de 2021

Aspirante:

NOTA: Resolver cada ejercicio en una hoja separada, con letra legible.

1. Demostrar que si $\mathbf{A}$ es un acampo vectorial, se cumple $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$.

2. El teorema de Green en el plano relaciona una integral de línea a lo largo de un contorno C con una doble integral sobre la región R encerrada por C:
$$\oint_C (P(x,y)dx + Q(x,y)dy) = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy.$$
Evaluar la integral
$$I = \oint [(e^x y + \cos x \sin y)dx + (e^x + \sin x \cos y)dy]$$
alrededor de la elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

3. Resolver la ecuación diferencial
$$(x + y^3)y' = y.$$

4. Graficar el siguiente campo vectorial
$$\mathbf{F}(x,y) = (2-y)\mathbf{i} + (x-2)\mathbf{j}.$$

5. Demostrar que i^{-2i} es un número real igual a
$$e^{(\pi + 4n\pi)}.$$

Examen Final de Termodinámica

I. PROBLEMAS

1) Para un gas hipotético, los coeficientes de expansión isobárica y de comprebisibilidad isotérmica estan dados por:

$$\beta = \frac{nR}{Vp}, \qquad \kappa = \frac{a}{V} + f(p) \tag{1}$$

a) Deduzca la función $f(p)$ y entonces encuentre la ecuación de estado ($a = cte$).

2) Un sólido obedece la ecuación de estado $A\,p = -(V - V_0) + BT$ y la ecuación calórica $U = CT + f(V)$, siendo A, B, C y V_0 constantes. Calcúlese $f(V)$, C_p y C_V. Compruebe el valor de C_V usando su definición a través de la Entalpía.

3) El coeficiente de expansión térmica de un gas y su capacidad calorífica a presión constante se determinan experimentalmente, con los siguientes resultados:

$$\beta = -\frac{T}{V} f(P), \qquad C_p = -aP^2 T, \tag{2}$$

donde $a = cte$ y $f(P)$ una función de la presión.
a) Determine la entropía para el gas y,
b) Su ecuación de estado.

4) Considere un gas no–ideal que obedece la ecuación de estado de de Van der Waals modificada:

$$\left(p + \frac{a}{v^n}\right)(v - b) = RT \qquad (n > 1). \tag{3}$$

a) Calcule p_c, v_c y T_c
b) Discute la dependencia con n de p_c, v_c y T_c.