Examen de admisión - Electromagnetismo
FCFM, UNACH

Instrucciones:
El examen se califica sobre 10, cada problema tiene el mismo valor. Se dispone de dos horas para resolver las cuatro problemas.

Agosto 2018

Informacion util: Por un vector $\mathbf{V}$ en coordinadas esféricas la divergencia es

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(V_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}$$

Por un escalar, f, la Laplaciana en coordinadas esféricas es

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}$$

En cualquier coordinadas, por un vector $\mathbf{V}$ tenemos que

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{V} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) - \nabla^2\mathbf{V}$$

1. Considera una esfera (solamente una cascara, *no es solido*) conductora de radio R y carga total Q.

   (a) i. Explica la ley de Gauss.

   ii. Calcula el campo eléctrico adentro y afuera de la esfera.

   (b) Considera dos esferas (solamente cascaras, *no son solidos*) S_1 y S_2, con centros el origin, con cargas Q_1 y Q_2 y radios $R_1 < R_2$

   i. Encontra el campo eléctrico en todos los regiones del espacio.

   ii. Si las esferas tienen cargas $Q_1 = Q$ y $Q_2 = kQ$, en cuales regiones de espacio tenemos que el campo eléctrico es cero, $\mathbf{E} = 0$ cuando

   A. k es un constante positivo?

   B. k es un constante negativo?

2. Considera la fig. 1, que muestra un alambre por el que circula la corriente (constante) I. Calcula el campo magnético en el punto P.

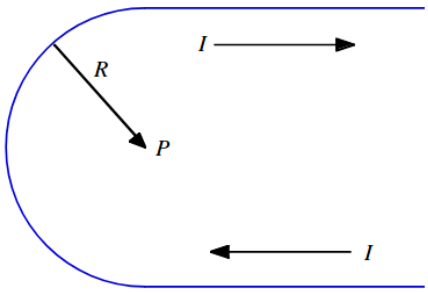


Fig. 1

3. En el espacio hay un potencial eléctrostatico esféricamente simétrico

$$\phi(r) = \phi_0 r e^{-\alpha r} + \frac{\phi_1}{r},$$

donde ϕ_0, ϕ_1 y α son constantes.

   (a) i. Encuentra el campo eléctrico $\mathbf{E}$ en todo el espacio.

   ii. Encuentra la densidad volumétrica de carga ρ en todo el espacio.

Maestría en Ciencias Físicas: Mecánica Clásica
Facultad de Ciencias en Física y Matemáticas. UNACH
.

Examen de nuevo ingreso
Fecha: Agosto 27, 2018

Profesor(a): Dra. Celia Escamilla-Rivera, *

Nombre del(a) estudiante:

I. PROBLEM 1. (VALOR =1.5 PTS)

Un péndulo simple (atado a una cuerda de longitud l y masa ignorable), con una pequeña masa atada a su final, cuelga en equilibrio en un campo uniforme gravitacional g. De repente, su punto de suspensión sufre de una aceleración a a un ángulo α con respecto a su vertical. Describa el movimiento del péndulo para una α pequeña.

II. PROBLEM 2. (VALOR =1.5 PTS)

- (a) Considere una partícula de masa m en un potencial inverso tipo oscilador armónico $V = -\frac{1}{2}kx^2$ (con un grado de libertad). Escriba la ecuación $F = ma$ y resuelva para su movimiento en términos de las condiciones iniciales x_0 y $\dot{x}_0$ at $t = 0$.
- (b) Dibuje el espacio fase en téminos de la velocidad.

III. PROBLEM 3. (VALOR =1.5 PTS)

Un péndulo en un plano doble consiste de un péndulo simple (masa m_1, longitud l_1) unido con otro péndulo simple (masa m_2, longitud l_2) suspendido de m_1, ambos restringidos a un movimiento en el mismo plano vertical.

- (a) Describa la configuración manifold Q de este sistema dinámico. Escriba información acerca del manifold tangente TG.
- (b) Escriba el Lagrangiano de este sistema en coordenadas apropiadas.
- (c) Derive las ecuaciones de Euler-Lagrange.

IV. PROBLEM 4. (VALOR =1.5 PTS)

Una partícula de masa m se mueve en un círculo de radio R bajo la influencia de una fuerza central atractiva $F = -\frac{K}{r}e^{-\frac{r}{a}}$.

- (a) Determina las condiciones sobre una constante a tal que el movimiento circular sea estable.

*Electronic address: cescamilla@mctp.mx

- (b) Calcule la frecuencia a pequeñas oscilaciones en este movimiento circular.

V. PROBLEM 5. (VALOR =1.5 PTS)

Dos masas m_1 and m_2 en un campo gravitacional uniforme están conectados por una resorte de longitud h y con una constante k. El sistema se sostiene por m_1 tal que m_2 cuelga verticalmente, lo cual estira el resorte. A $t = 0$, ambas m_1 y m_2 están en reposo, y m_1 se libera, tal que el sistema empieza a caer. Fije un sistema de coordenadas apto y describa el movimiento subsecuente de m_1 y m_2.

VI. PROBLEM 6. (VALOR =2.5 PTS)

Una partícula en un campo gravitacional uniforme se restringe a la superficie de una esfera, centrada en el origen, con un radio de $r(t)$ el cual es una función dependiente del tiempo. Obtenga el Hamiltoniano y las ecuaciones canónicas. Discuta la conservación de la energía. Identifique si el Hamiltoniano es la energía total del sistema.

Examen de admisión - Matemáticas
FCFM, UNACH

Instrucciones:
El examen se califica sobre 10, cada problema tiene el mismo valor. Se dispone de dos horas para resolver las cuatro problemas.

Agosto 2018

1. (a) Considera tres planos en $\mathbf{R}^3$

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 4z &= 1 \ , \\ x - y - z &= -1 \ , \\ -x + 2y - z &= -2 \ . \end{aligned}$$

Encontra todos sus puntos de intersección.

(b) Una partícula se mueve con velocidad v constante en direcion del vector constante $a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}}$. Si a tiempo $t = 0$ su posicion es el punto (x_0, y_0) calcula su vector de posicion $\mathbf{r}(\mathbf{t})$.

(c) Si una partícula tiene vector de posicíon $\mathbf{r}(\mathbf{t}) = a\cos t\hat{\mathbf{i}} + a\sin t\hat{\mathbf{j}} + bt\hat{\mathbf{k}}$ encontra

i. su velocidad $\mathbf{v}$.

ii. el vector tangencial, $\mathbf{T}$.

2. (a) Encontra las soluciones generales de los siguientes ecuaciones diferenciales

i. $y'' + 3y + 2 = 0$,

ii. $y'' + 3y + 2 = e^{-x}$.

3. Encontra la seria de Fourier de $f(x) = |x|$, $-\pi < x < \pi$.

4. (a) Encontra

$$\iint_S (3x\hat{\mathbf{i}} + 2y\hat{\mathbf{j}})$$

donde S es la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, utilizando la teorema de divergencia de Gauss.

(b) Encontra

$$\oint_C (y^3 dx - x^3 dy)$$

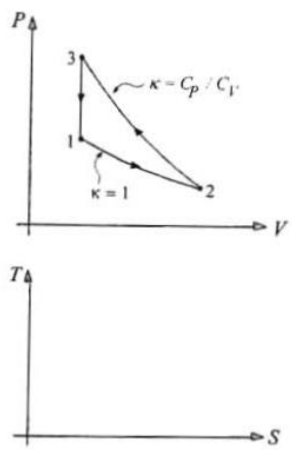
utilizando la teorema de Green, donde C es el circulo con radio 2, centro el origen, con orientacion positivo.

FIN

Examen de Termodinámica propedéutico.

Nombre:

1.- Un gas ideal experimenta los cambios politrópicos representados en el plano VP a) Ilustrar el ciclo en el plano ST, b) Escribir el signo correspondiente (<, =, <) entre cada pareja de variables, c) marcar con una x las relaciones correctas. Justifique sus respuestas.



a)

T_1 T_3	P_1 P_2	V_1 V_3	S_1 S_2
T_2 T_1	P_3 P_1	V_2 V_3	S_3 S_1
T_3 T_2	P_2 P_3	V_3 V_2	S_2 S_3

b)

(c)

$\Delta U_{1\to 2} > W_{1\to 2}$	☐	$Q_{3\to 1} < 0$	☐
$\Delta U_{2\to 3} > 0$	☐	$Q_{neto} < 0$	☐
$W_{1\to 2} > 0$	☐	$\Delta S_{2\to 3} > 0$	☐

2.- Un gas ideal (Cv=3/2R) se lleva por un ciclo definido por los siguientes procesos:

a) Una compresión isocorica reversible de (p1,V1) a (p2,V1).

b) Una expansión adiabática reversible de (p2,V1) a (p1, V2).

c) Una compresión isobárica reversible de (p1,V2) a (p1,V1).

i) Dibujar el ciclo en un diagrama p-V.

ii) Suponiendo 1 mol de gas y V2=6V1, calcúlese el calor cedido y el calor recibido por el gas, así como la eficiencia del ciclo. Exprésese el resultado en función de p1, V1 y R.

iii) Compárese esta eficiencia con la de un ciclo de Carnot operando entre las temperaturas máximas y mínimas que ocurren en este ciclo.

3.-Calcule β y κ para un gas que obedece la ecuación de Van der Waals

$$\left[P + a\left(\frac{n}{V}\right)^2\right]\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$$

(b) Considera la potencial vectorial

$$\mathbf{A} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(x^2 + y^2)\hat{\mathbf{z}}$$

Calcula el campo magnetico, donde I es constante.

4. (a) i. Escriba los ecuaciones de Maxwell en terminos del campo electrico y el campo magnetico $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$, y los densidades de carga y corriente volumetricas, ρ y $\mathbf{J}$ en sus formas diferenciales.

   ii. Explica el ley de Fuerza de Lorentz.

   (b) Explica porque la correcion de Maxwell del ley de Ampere es necesario para la consistencia de las ecuaciones.

   (c) Que es la relacion entre la potencial electrodynamica, V y los campos?

   (d) Que es el relacion entre la potencial vectorial, $\mathbf{A}$, y los campos?

FIN