Nombre: ______________________ Calificación: __________

Responda las preguntas en el espacio proporcionado. Si es necesario continúe en la parte posterior de la página.

1. Para una esfera sólida con carga uniforme cuyo radio es R y cuya carga total es q. Calcule lo siguiente:
   (a) El campo eléctrico dentro y fuera de la esfera.
   (b) El potencial eléctrico dentro y fuera de la esfera
   (c) La energía almacenada en la esfera utilizando $W = \frac{1}{2}\int \rho V d\tau$
   (d) La energía almacenada utilizando $W = \frac{\epsilon_0}{2}\int_S E^2 d\tau$, donde S es todo el espacio.

2. El sistema mostrado en la Fig.1 consiste en dos cables paralelos infinitos de radio a separados una distancia $d \gg a$ y con densidad de carga lineal constante y carga total $+q$ y $-q$ como se muestra en la figura, calcule lo siguiente:
   (a) Calcule el campo eléctrico para el alambre de carga positiva a una distancia x medido desde el centro.
   (b) Calcule el campo eléctrico total en el espacio entre los dos cables (en el plano formado por los calbes).
   (c) Calcule la diferencia de potencial en el espacio entre los cables.
   (d) Calcule la capacitancia del sistema.

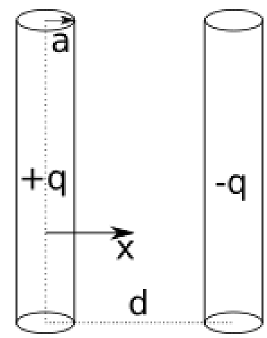

Figura 1

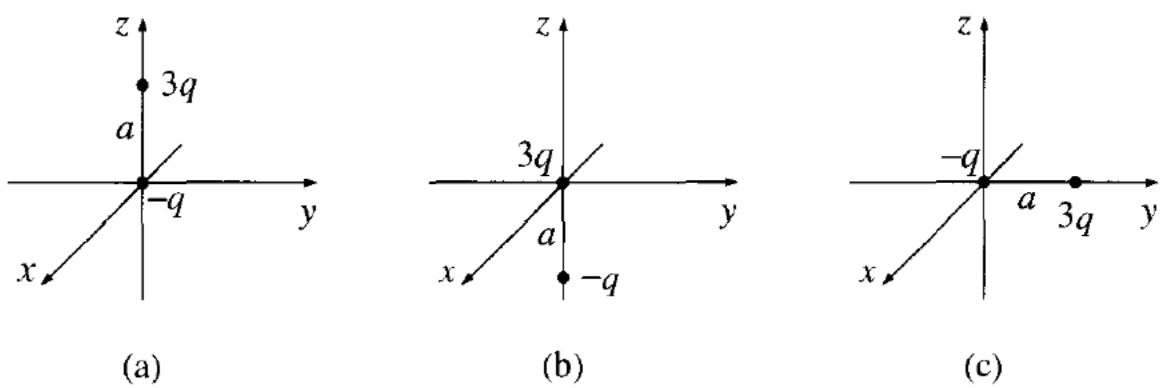

Figura 2: Problema 3

3. Dos cargas puntuales, $3q$ y $-q$, están separadas por una distancia a. Para cada una de las disposiciones de la Figura 2, encuentre
   (a) el monopolo
   (b) el momento dipolar
   (c) el potencial eléctrico (en coordenadas esféricas) con las contribuciones del monopolo y dipolo).

   Recuerde que el momento dipolar es $\mathbf{p} \equiv \int \mathbf{r}'\rho(\mathbf{r}')\,d\tau'$ para una distribución de cargas continuas y $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} q_i \mathbf{r}'_i$ para una distribución discreta.

Examen Final de Termodinámica

I. PROBLEMAS

1) Para un gas hipotético, los coeficientes de expansión isobárica y de comprebisibilidad isotérmica estan dados por:

$$\beta = \frac{nR}{Vp}, \qquad \kappa = \frac{a}{V} + f(p) \tag{1}$$

a) Deduzca la función $f(p)$ y entonces encuentre la ecuación de estado ($a = cte$).

2) Un sólido obedece la ecuación de estado $A\,p = -(V - V_0) + BT$ y la ecuación calórica $U = CT + f(V)$, siendo A, B, C y V_0 constantes. Calcúlese $f(V)$, C_p y C_V. Compruebe el valor de C_V usando su definición a través de la Entalpía.

3) El coeficiente de expansión térmica de un gas y su capacidad calorífica a presión constante se determinan experimentalmente, con los siguientes resultados:

$$\beta = -\frac{T}{V} f(P), \qquad C_p = -aP^2T, \tag{2}$$

donde $a = cte$ y $f(P)$ una función de la presión.
a) Determine la entropía para el gas y,
b) Su ecuación de estado.

4) Considere un gas no–ideal que obedece la ecuación de estado de de Van der Waals modificada:

$$\left(p + \frac{a}{v^n}\right)(v - b) = RT \qquad (n > 1). \tag{3}$$

a) Calcule p_c, v_c y T_c
b) Discute la dependencia con n de p_c, v_c y T_c.

Examen de Métodos Matemáticos,

Maestría en Ciencias Física 2019

1. Mostrar que los números complejos tienen raíces cuadradas y que las raíces cuadradas están contenidas en el plano complejo. ¿Cuáles son las raíces cuadradas de i?

2. Verificar la siguiente identidad, donde a y b son reales

$$\left(\frac{ia-1}{ia+1}\right)^{ib} = e^{-2b\cot^{-1}a} \tag{1}$$

3. Resolver la ecuación de Laplace en dimensión dos usando coordenadas cartesianas.

4. Obtener la expresión del operador Laplaciano sobre un campo escalar en coordenadas esféricas.

5. Mostrar que $\nabla \cdot (\nabla\phi \times \nabla\psi) = 0$

6. Evaluar la integral de superficie $I = \int_S \mathbf{a}\cdot d\mathbf{S}$, donde $\mathbf{a} = x\hat{\mathbf{i}}$ y S es la superficie del hemisferio superior $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

7. Integrar $f(z) = z^{-1}$ para las siguientes trayectorias

8. Considere el número complejo $c = a + ib$ y su representación isomorfa

$$a + ib \longleftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \tag{2}$$

Encontrar la matriz correspondiente a $(a + ib)^{-1}$.

4. En 1897, J.J. Thomson descubrió el electrón midiendo el cociente carga-masa con ayuda de los rayos catódicos"de la siguiente manera:

   (a) Primero pasó el rayo a través de campos eléctricos y magnéticos uniformes E y B (mutuamente perpendiculares, y ambos perpendiculares al rayo), y ajustó el campo eléctrico hasta que obtuvo cero deflexión. Dibuje un esquema del experimento y calcule la velocidad de las partículas (en términos de E y B).

   (b) Luego apagó el campo eléctrico y midió el radio de curvatura, R, del haz. desviado solamente por el campo magnético. En términos de E, B y R, ¿cuál es el cociente carga-masa (q/m) del electrón?

   Para ambos incisos y todos los pasos explique claramente la lógica de su razonamiento.

5. Un circuito de cable cuadrado (de lado a) esta sobre una mesa, a una distancia s de un cable recto e infinito, que transporta una corriente I, como se muestra en la figura 3.

   (a) Encuentre el campo magnético del alambre a una distancia s.

   (b) Encuentre el flujo Φ_B a través del circuito.

   (c) Si alguien tira del circuito alejándolo del cable (hacia arriba), con una velocidad v, ¿qué f.e.m. se genera? ¿En qué dirección (en sentido horario o antihorario) fluye la corriente?

   (d) Repita el inciso a) y b) y c) si el circuito ahora se mueve hacia la derecha y la corriente varia conforme $I = I_o e^{-t/t_o}$, donde I_o y t_o son constantes.

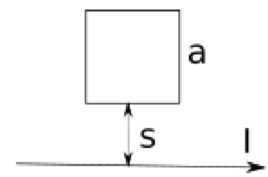

Figura 3